

Löytöretkiä sähköiseen MATEMATIIKKAAN

Petri Salmela

Ketkä?



Patrick Selin

4ferries
thinking logically

Projektit



4f



eMath²

2014-2016



2011-2013

OPTEK

2009-2011

Automaattinen tarkistaminen

Kysymyksiä:

- Miten matikkaa voidaan kirjoittaa sähköisesti?
- Miten opiskelijat lukevat ja kirjoittavat sähköisesti?
- Miten ratkaisuja voisi tarkistaa automaattisesti?



web!

Matikka vs. muut

WIKIPEDIA

Vapaa tietosanakirja

Etusivu

Tietoja Wikipediasta

Kaikki sivut

Satunnainen artikkeli

Osallistuminen

Ohje

Kahvihuone

Ajankohtaista

Tuoreet muutokset

Työkalut

Tänne viittaavat sivut

Linkitettyjen sivujen muutokset

Toimintosivut

Ikilinkki

Sivun tiedot

Wikidata-kohde

Viitetedot

Tulosta tai vie

Luo kirja

Lataa PDF-tiedostona

Tulostettava versio

Muissa hankkeissa

Wikimedia Commons

Wikispecies

Muilla kielillä

Davvisámegiella

Deutsch

Eesti

English

Esperanto

Français

Artikkeli

Keskustelu

Lue

Muokkaa

Muokkaa wikitekstiä

Näytä historia

Hae Wikipediasta

Mustarastas

Tämä artikkeli käsittelee varpuslintua. Yhtyeestä kertoo artikkeli *Mustarastas (yhtye)* ja ruotsalaisesta kirjailijasta *Aurora von Qvanten*.

Mustarastas (*Turdus merula*) on rastaiden sukuun kuuluva lintulaji.

Sisällysluettelo [piilota]

1 Tuntomerkit

2 Levinneisyys

3 Elinympäristö

4 Lisääntyminen

5 Ravinto

6 Kuvia

7 Lähteet

8 Aiheesta muualla

Tuntomerkit

[muokkaa | muokkaa wikitekstiä]

Mustarastas on 23,5–29 cm pitkä. Koiraan höyhenpuku on kokonaan musta ja sillä on keltainen nokka ja silmärengas. Naaras on väriltään tummanruskea. Kurkku on vaaleampi ja rinnassa on epäselvää täplitystä. Nuoret yksilöt muistuttavat vanhaa naarasta, mutta niillä on täplitystä myös yläpuolella.^[2]

Mustarastas on äänekas lintu ja sillä on laaja äänivalikoima. Kutsuääniä muuttolennessa ovat rullaava ”srri” ja syvä ”kok”. Huolestuneena mustarastas päästää hyvin ohutta ”tsiiih”-ääntä ja kovaa maiskutusta ”tsuk-uk-uk...”. Varoitusääni on pitkään jatkuva, takova ja kirkas ”pli-pli-pli”. Laulu on kaunista melodista lurittelua, jossa on huillumaisia ääniä. Laulussa on rauhallinen tahti ja liukuvat sävelkorkeuden vaihtelut (🔊 näyte1?, 🔊 näyte2?). Säkeet ovat melko lyhyitä ja toistuvat 3–5 sekunnin välein. Joidenkin yksilöiden säe voi olla haikeampi ja kuulostaa kulorastaan laululta.^[2]

Mustarastas voi oppia matkimaan muun muassa ambulanssin sireenin ääntä, auton murtohälyttimen ulinaa, kännykän soittoaaniä, moottorisahaa ja vislausta. Lintuasiantuntija Steven Dudleyn mukaan

Mustarastas



Koiras

Uhanalaisuusluokitus: **Elinvoimainen** ^[1]

Hävinnyt

EW

Uhanalainen

EX

CR

EN

VU

Elinvoimainen

NT

LC

Tieteellinen luokittelu

Domeeni: Aitotumaiset Eucarya

Kunta: Eläinkunta Animalia

Pääjakso: Selkäjänteiset Chordata

Luokka: Linnut Aves

Lahko: Varpuslinnut Passeriformes

Heimo: Rastaat Turdidae

Suku: Rastaat Turdus

Laji: merula

Kaksiosainen nimi

Turdus merula

Linnaeus, 1758

Levinneisyyskartta



WIKIPEDIA
Vapaa tietosanakirja

Etusivu
Tietoja Wikipediasta
Kaikki sivut
Satunnainen artikkeli

Osallistuminen

Ohje
Kahvihuone
Ajankohtaista
Tuoreet muutokset

Työkalut

Tänne viittaavat sivut
Linkitettyjen sivujen
muutokset
Toimintosivut
Ikilinkki
Sivun tiedot
Wikidata-kohde
Viitetiedot

Tulosta tai vie

Luo kirja
Lataa PDF-tiedostona
Tulostettava versio

Muissa hankkeissa

Wikimedia Commons

Muilla kielillä

Deutsch
Eesti
English
Español
हिन्दी
Русский
Svenska

Et ole kirjautunut Keskustelu Muokkaukset Luo tunnus Kirjaudu sisään

Artikkeli

Keskustelu

Lue

Muokkaa

Muokkaa wikitekstiä

Näytä historia

Hae Wikipediasta

Toisen asteen yhtälö

Toisen asteen yhtälö on **polynomi yhtälö**, jonka normaalimuoto on $ax^2 + bx + c = 0$, kun $a \neq 0$.

Kun $a > 0$, on **kuvaaja** ylöspäin aukeava **paraabeli**, ja negatiivisilla arvoilla vastaavasti alaspäin aukeava.

Sisällysluettelo [piilota]

- Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava
 - Ratkaisukaavan johtaminen
- Suppea normaalimuoto
- Juurien summa ja tulo
- Lähteet

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava [[muokkaa](#) | [muokkaa wikitekstiä](#)]

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on kaava, jolla toisen asteen yhtälö voidaan ratkaista. Kaavan mukaan yhtälön ratkaisut ovat:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Tämä kaava pätee, olivatpa kertoimet a , b ja c **reaali-** tai **kompleksilukuja**. Jos ne ovat reaailukuja, **juurten** luonne riippuu **diskriminantin** $D = b^2 - 4ac$ arvosta seuraavasti:

jos $D > 0$, yhtälöllä on kaksi erisuurta reaalista juurta x_1 ja x_2

jos $D = 0$, yhtälöllä on kaksoisjuuri $x_{1,2}$ eli kaksi yhtäsuurta reaailukujuurta

jos $D < 0$, yhtälöllä ei ole yhtään reaailukujuurta, mutta on kaksi kompleksista juurta

$$\frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}i, \text{ jotka ovat toistensa } \textbf{liittoluvut}.$$

Ratkaisukaavan johtaminen [[muokkaa](#) | [muokkaa wikitekstiä](#)]

Ratkaisukaavan johtamisessa halutaan ratkaista yleinen toisen asteen yhtälö

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Toisen asteen käyriä diskriminantin arvoilla >0 , $=0$ ja <0 .

Suutarin äidillä ei ole kenkiä?

LaTeX

```
50
51
52
53 \subsection{Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava}
54
55 Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on kaava, jolla
56 toisen asteen yhtälö voidaan ratkaista. Kaavan mukaan
57 yhtälön ratkaisut ovat:
58
59 
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

60
61 Tämä kaava pätee, olivatpa kertoimet  $a$ ,  $b$  ja  $c$ 
62 reaali- tai kompleksilukuja. Jos ne ovat reaalilukuja,
63 juurten luonne riippuu diskriminantin  $D = b^2 - 4ac$ 
64 arvosta seuraavasti:
65
66
67
68
```


LyX

LyX: ~/newfile1.lyx (muutettu)

Tiedosto Muokkaa Näytä Lisää Siirry Asiakirja Työkalut Ohje

Perusteksti

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on kaava, jolla toisen asteen yhtälö voidaan ratkaista. Kaavan mukaan yhtälön ratkaisut ovat:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Tämä kaava pätee, olivatpa kertoimet a , b ja c reaali- tai kompleksilukuja. Jos ne ovat reaalilukuja, juuren luonne riippuu diskriminantin $D = b^2 - 4ac$ arvosta seuraavasti:

Automaattinen päivitys valmis.

Datana

Oppimateriaalia

Murtoluvut — Esimerkkejä - QupZilla

File Edit View History Kirjanmerkit Tools Help

Murtoluvut — Esimerkkejä

http://192.168.42.186/psallasm/omat%20esimerkit/murto.html

DuckDuckGo

Murtoluvut

Esimerkkejä

Esimerkki 1.

Laske $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$

- $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$

= {murtoluvut ovat samannimiset, yhteenlaskukaava $a = 1$, $b = 5$ ja $c = 8$ }

$\frac{1+5}{8}$

= {lasketaan osoittajan summa}

$\frac{6}{8}$

= {luvut voidaan kirjoittaa muodossa $6 = 3 \cdot 2$ ja $8 = 4 \cdot 2$ }

$\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2}$

= {murtoluku voidaan supistaa luvulla 2 , jolloin $a = 3$, $b = 4$ ja $c = 2$ }

$\frac{3}{4}$

□

Esimerkki 2.

Kaavat

Laventaminen	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$
Supistaminen	$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$
Yhteenlasku	$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
Vähennyslasku	$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$
Kertolasku	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Jakolasku	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
Yleinen tapaus yhteen- ja vähennyslaskusta	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$
Kokonaisluku murtoluvuksi	$a = \frac{a}{1}$
Sekaluku	$a \frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$

eBook - QupZilla

File Edit View History Kirjanmerkit Tools Help

eBook

http://192.168.42.186/psallasm/ekawww/chapter1.html

DuckDuckGo

Kurssi 1 / Funktiot ja yhtälöt

Kirjahylly| Sisällysluettelo

Reaaliluvut

Lukualueet

Teoria Esimerkit Tehtävät Ekstrat

Koko kappale

Lukujoukot

Matematiikassa joukko on mikä tahansa kokoelma objekteja. Esimerkiksi joukkoa \mathbb{A} , jonka jäseniä ovat numerot 1, 2 ja 5 merkitään $\mathbb{A} = \{1, 2, 5\}$.

Joukkoon kuulumista merkitään merkinnällä $1 \in \mathbb{A}$, luetaan "luku 1 kuuluu joukkon \mathbb{A} ".

Jos joukko \mathbb{B} on joukon \mathbb{A} (aito) osajoukko sitä merkitään $\mathbb{B} \subset \mathbb{A}$.

Lukujoukot, joista käytetään myös joskus nimitystä lukualueet, ovat joukkoja joiden alkiot ovat lukuja.

Luonnollisten lukujen joukko \mathbb{N}

Lukukäsitteen määrittelyn lähtökohtana on lukumäärän ilmaisemiseen tarvittava luonnollisten lukujen joukko

Esimerkki

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Luku nolla on yleisesti sovittu kuulumaan luonnollisten lukujen joukkoon.

Kokonaislukujen joukko \mathbb{Z}

Kun luonnollisten lukujen joukkoa laajennetaan ottamalla mukaan negatiiviset luvut saadaan kokonaislukujen joukko

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Kokonaisluvut koostuvat negatiivisista kokonaisluvuista $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -2, -1\}$, alkioista $\{0\}$ ja positiivisista kokonaisluvuista $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, \dots\}$

Automaattinen tarkistaminen

Check

- $5x - 2 = 2x + 6$

\Leftrightarrow { Add $-2x + 2$ on both sides }

$5x - 2x = 6 - 2$

\Leftrightarrow { calculate }

$3x = 4$

\Leftrightarrow { Divide both sides by 3 }

$x = \frac{4}{3}$

□

This step cannot be proved using available provers.

✖ Some steps could not be automatically verified.



Muokattavaa

Päättelyketjueditori

SD Editor - QupZilla

File Edit View History Kirjanmerkit Tools Help

SD Editor

http://192.168.42.186/psallasm/editor/index.php

DuckDuckGo

First Term

$$\frac{18,8}{80} \cdot 100\%$$

Motivation

{\text{lasketaan jakolasku ja supistetaan yksikkö € pois}}

Second Term

$$0,235 \cdot 100\%$$

Relation

=

Tallenna

Poista askel

Peruuta

Export LyX file control 2 control 3

- Kuinka monta prosenttia hinta aleni tammikuusta maaliskuuhun, kun
 - (a) hinta tammikuussa oli 80€
 - (b) ja hinta maaliskuussa oli 61,2€
- [1] {\lasketaan hinnan muutos tammikuusta maaliskuuhun, $80\text{€} - 61,2\text{€} = 18,8\text{€}$ }

hinnanmuutos oli 18,8 €

"hinnan muutosprosentti"

= {\muutosprosentin kaava, missä muutos on 18,8€ ja alkuperäinen arvo on 80€}

$$\frac{18,8\text{€}}{80\text{€}} \cdot 100\%$$

= {\lasketaan kertolasku}

$$0,235 \cdot 100\%$$

= {\lasketaan jakolasku}

$$23,5\%$$

Edit or Remove step

Edit Step

jsMath

qaferries.local (192.168.42.186)

SD Editor - QupZilla

File Edit View History Kirjanmerkit Tools Help

SD Editor

< > ↺ 🏠 🔍 http://users.abo.fi/psallasm/editor2/index.php ☆ DuckDuckGo

(a)
[1]
XYZ = [insert] abc

Export LyX file Päälle Tarkista Valitse päättelyketju ▼
 $\alpha \leq \geq \neq \approx \forall \wedge \neg \Rightarrow \sin \cos \tan (\cdot) [\cdot] \{\cdot\} (\cdot) \% ^\circ$

- Kuinka monta prosenttia hinta aleni tammikuusta maaliskuuhun, kun
 - (a) hinta tammikuussa oli 80 €
 - (b) ja hinta maaliskuussa oli 61,2€
- [1] {lasketaan hinnan muutos tammikuusta maaliskuuhun, $80\text{€} - 61,2\text{€} = 18,8\text{€}$ }
hinnanmuutos oli 18,8 €
- |{- "hinnan muutosprosentti"
- = {muutosprosentin kaava, missä muutos on 18,8€ ja alkuperäinen arvo on 80€}
$$\frac{18,8\text{€}}{80\text{€}} \cdot 100\%$$
- = {lasketaan jakolasku ja supistetaan yksikkö € pois}
$$0{,}235 \cdot 100\%$$
- = {lasketaan kertolasku}
$$23,5\%$$





jsMath

users.abo.fi (130.232.212.44)

MathQuill

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{}}{}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

+	$5x - 2$	$=$	$2x + 6$	Lisätään puolittain $-2x + 2$	
+	$5x - 2x$	$=$	$6 + 2$	Lasketaan yhteen	
+	$3x$	$=$	8	Jaetaan puolittain luvulla 3	
+	x	$=$	$\frac{8}{3}$		

- $5x - 2 = 2x + 6$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Lisätään puolittain } -2x + 2 \}$$

$$5x - 2x = 6 + 2$$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Lasketaan yhteen} \}$$

$$3x = 8$$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Jaetaan puolittain luvulla 3} \}$$

$$x = \frac{8}{3}$$



Työkaluja

x^2

$5x - 2$

$=$

$2x + 6$

$5x - 2x$

$=$

$6 + 2$

$3x$

$=$

8

x

$=$

$\frac{8}{3}$

Lisätään puolittain $-2x + 2$

Lasketaan yhteen

Jaetaan puolittain luvulla 3

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

$5x - 2 = 2x + 6$

$5x - 2x = 6 + 2$

$3x = 8$

$x = \frac{8}{3}$

Lisätään puolittain $-2x + 2$

Lasketaan yhteen

Jaetaan puolittain luvulla 3

- $5x - 2 = 2x + 6$
- $\Leftrightarrow \{ \text{Lisätään puolittain } -2x + 2 \}$
- $5x - 2x = 6 + 2$
- $\Leftrightarrow \{ \text{Lasketaan yhteen} \}$
- $3x = 8$
- $\Leftrightarrow \{ \text{Jaetaan puolittain luvulla 3} \}$
- $x = \frac{8}{3}$

□

$5x - 2 = 2x + 6$

$\Leftrightarrow \{ \text{Lisätään puolittain } -2x + 2 \}$

$5x - 2x = 6 + 2$

$\Leftrightarrow \{ \text{Lasketaan yhteen} \}$

$3x = 8$

$\Leftrightarrow \{ \text{Jaetaan puolittain luvulla 3} \}$

$x = \frac{8}{3}$

□

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

x^2

\equiv

\Leftrightarrow

\mathbb{N}

α

Γ

$\{\square\}$

$f(x)$

\dots

Σ

\wedge

\subseteq

∞

$+$

$-$

$/$

\cdot

\pm

\mp

\oplus

\otimes

\times

\div

$*$

$\sqrt{}$

$\sqrt[3]{}$

$\sqrt[n]{}$

x^n

x_n

\bar{x}

\underline{x}

Matematiikkaa

Tekstielementin pieni erikoisuus on matematiikkatila, jolla tekstin sekaan voidaan lisätä kaavoja. Esimerkiksi toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Muokattaessa matematiikkatilaan pääsee **ctrl-m**-näppäinyhdistelmällä.

Matematiikkatila näytetään muokkaustilassa tekstin seassa kehystettynä laatikkona, johon matemaattista sisältöä voi syöttää joko automaattisesti esiin ponnahtavasta symbolipaletista tai LaTeX-komennoilla. LaTeX-komennoilla syötettäessä kirjoitetaan ensin LaTeX-komento, esimerkiksi `\sqrt`, ja sen jälkeen välilyönnin painallus muuntaa komennon heti halutuksi symboliksi.

Yleisimmin käytetyt laskutoimitukset voi kaavaan kirjoittaa suoraan vastaavilla symboleilla (+, -, *, /). Jakomerkki luo automaattisesti vaakaviivan, jonka osoittajaan tulee kaavassa kyseistä kohtaa edeltävä termi. Osoittajaan saa myös pidemmän lausekkeen valitsemalla sen

Sulkeet kaavaympäristö tekee aina valmiiksi pareittain. Kaikki symbolipaletista löytyvät merkinnät voidaan kirjoittaa myös suoraan näppäimistöltä. Tarvittava LaTeX-komento näkyy työkaluvihjeenä, kun hiiren cursorin laittaa vastaavan symbolinapin päälle. LaTeXia ei ole pakko opetella, mutta jos sen käyttö tuntuu luontevalta, voi tarvittavat komennot opetella työkaluvihjeistä.

Matematiikkaa

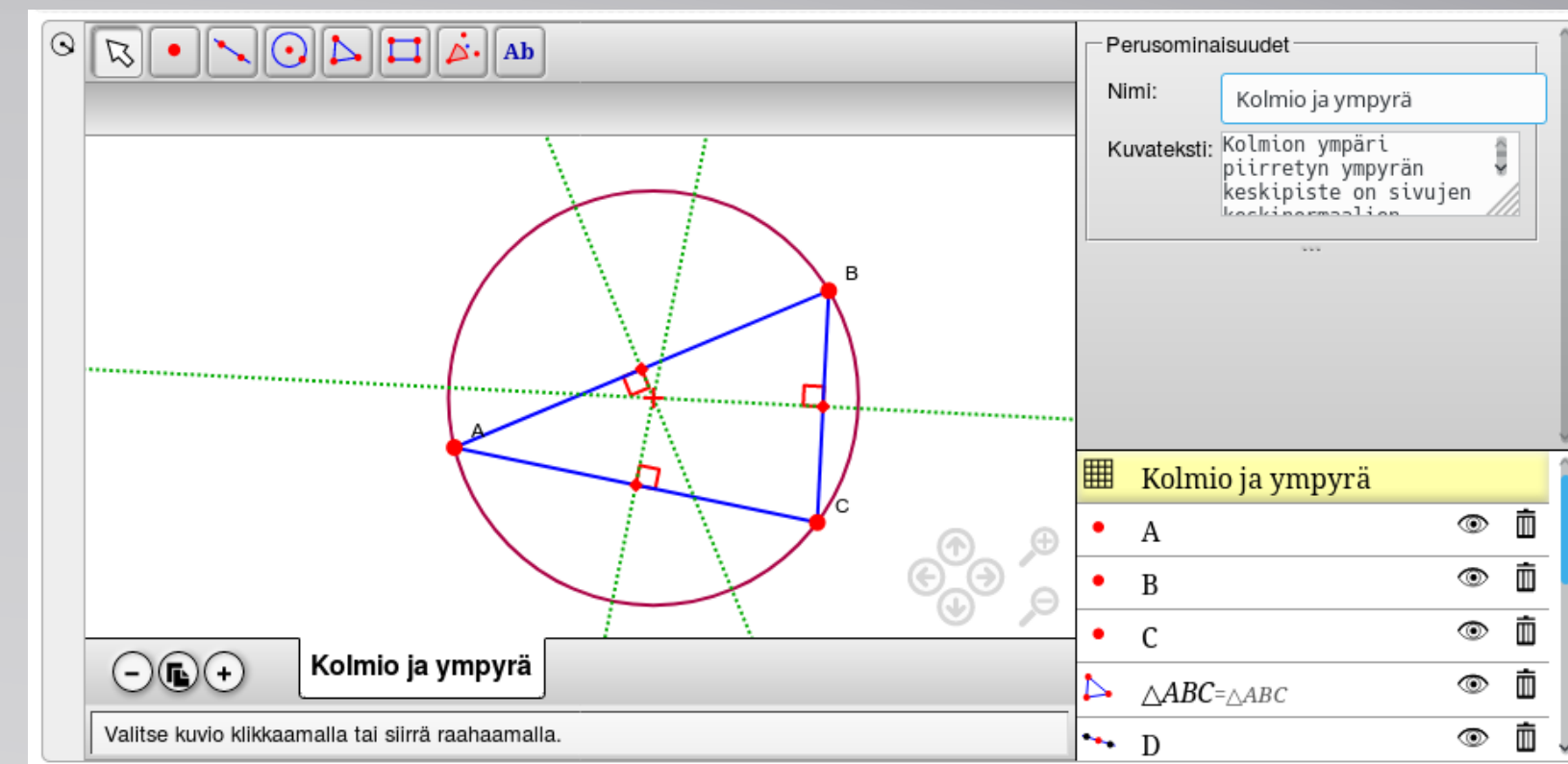
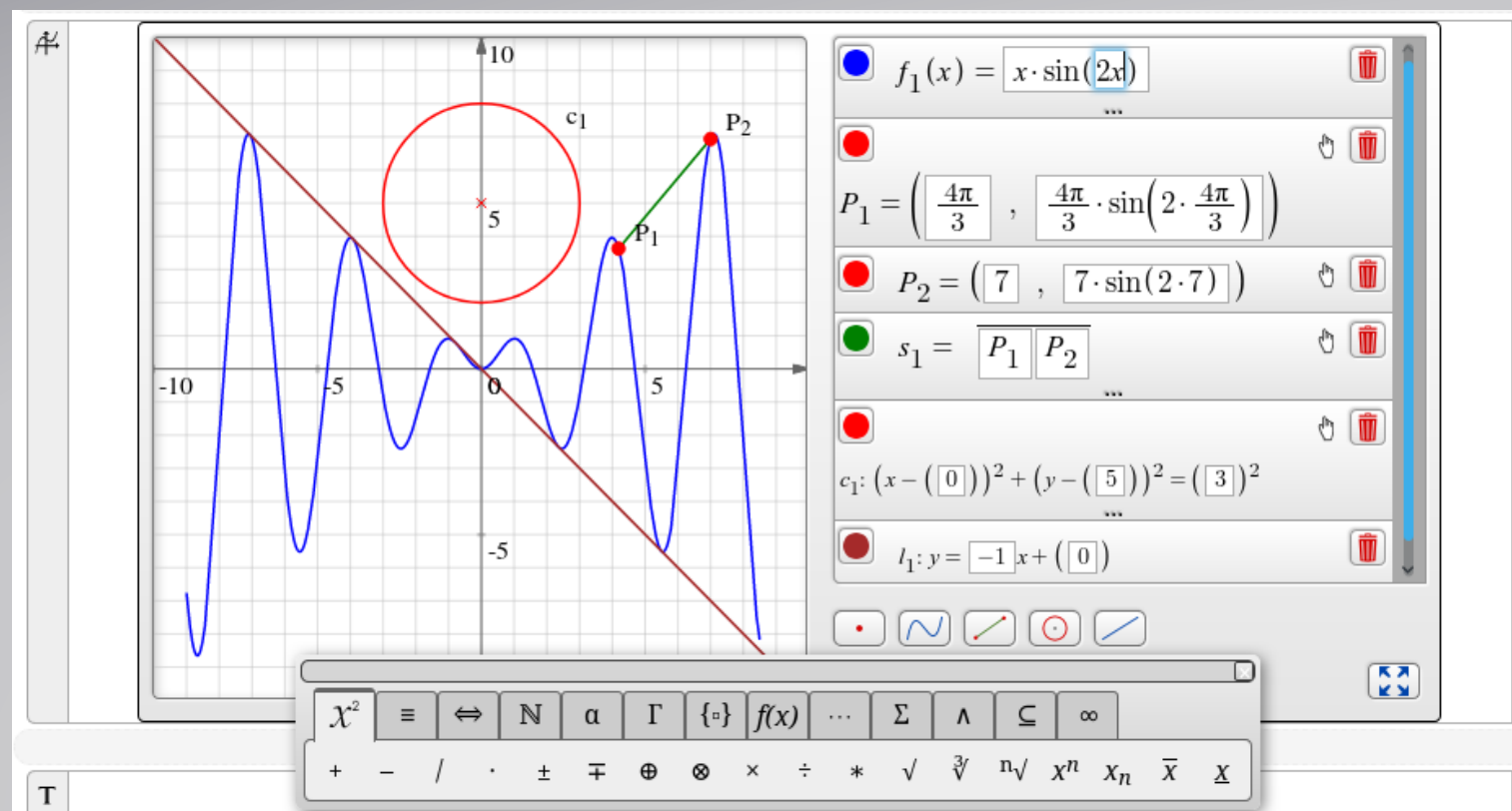
Tekstielementin pieni erikoisuus on matematiikkatila, jolla tekstin sekaan voidaan lisätä kaavoja. Esimerkiksi toisen asteen yhtälön ratkaisukaava on: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Muokattaessa matematiikkatilaan pääsee **ctrl-m**-näppäinyhdistelmällä.

Matematiikkatila näytetään muokkaustilassa tekstin seassa kehystettynä laatikkona, johon matemaattista sisältöä voi syöttää joko automaattisesti esiin ponnahtavasta symbolipaletista tai LaTeX-komennoilla. LaTeX-komennoilla syötettäessä kirjoitetaan ensin LaTeX-komento, esimerkiksi `\sqrt`, ja sen jälkeen välilyönnin painallus muuntaa komennon heti halutuksi symboliksi.

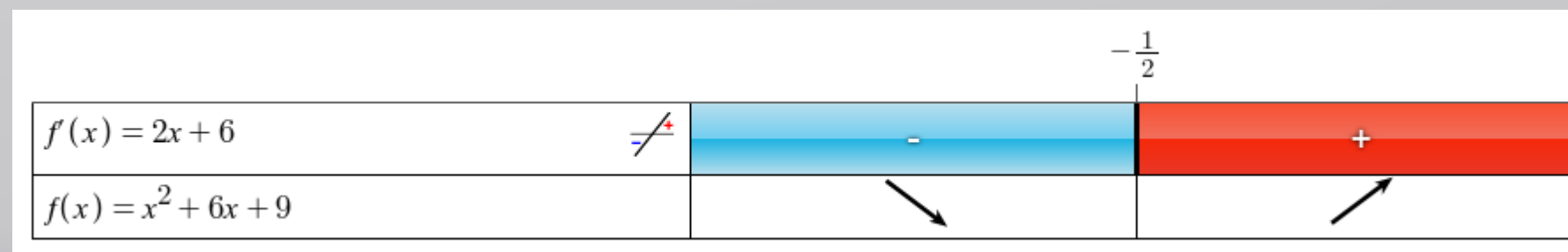
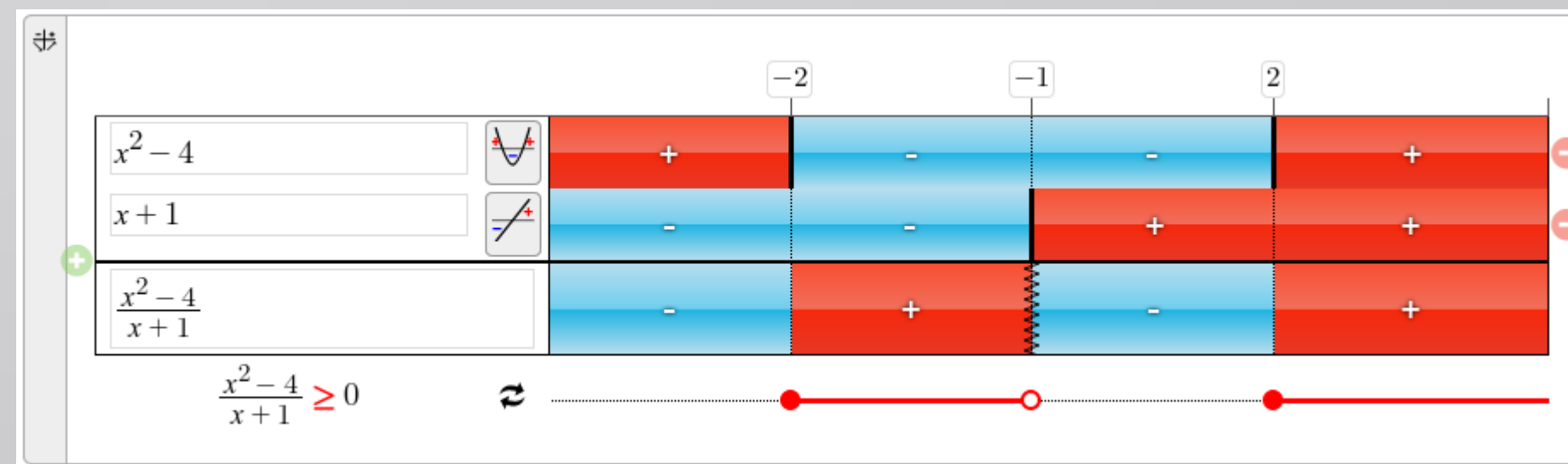
Yleisimmin käytetyt laskutoimitukset voi kaavaan kirjoittaa suoraan vastaavilla symboleilla (+, -, *, /). Jakomerkki luo automaattisesti vaakaviivan, jonka osoittajaan tulee kaavassa kyseistä kohtaa edeltävä termi. Osoittajaan saa myös pidemmän lausekkeen valitsemalla sen ennen jakomerkin painamista. Sama toimii myös esimerkiksi neliöjuuren kanssa.

Sulkeet kaavaympäristö tekee aina valmiiksi pareittain. Kaikki symbolipaletista löytyvät merkinnät voidaan kirjoittaa myös suoraan näppäimistöltä. Tarvittava LaTeX-komento näkyy työkaluvihjeenä, kun hiiren cursorin laittaa vastaavan symbolinapin päälle. LaTeXia ei ole pakko opetella, mutta jos sen käyttö tuntuu luontevalta, voi tarvittavat komennot opetella työkaluvihjeistä.


Työkaluja



A	B	C	$\neg C$	$B \vee \neg C$	$A \wedge (B \vee \neg C)$
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0



Emath-kirjat



2.4.1: Luvut ja laskutoimitukset > Itseisarvo > Itseisarvo

234567

Itseisarvo

Teoria 19: Itseisarvo

Luvun a itseisarvo merkitään $|a|$. Se määritellään seuraavasti:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{kun } a \geq 0 \\ -a, & \text{kun } a < 0 \end{cases}$$

Aaltosuljemerkintä tarkoittaa, että $|a|$ on a , jos ehto $a \geq 0$ on voimassa, ja $-a$, jos ehto $a < 0$ on voimassa.

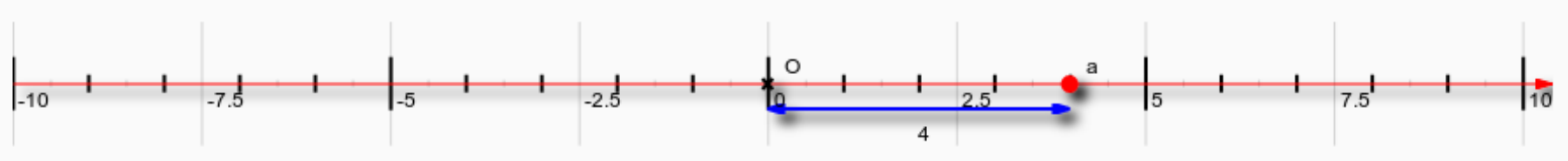
Itseisarvo ilmoittaa lukua lukusuoralla vastaavan pisteen etäisyyden origosta:

- positiivisella luvulla etäisyys on luku itse,
- origon etäisyys origosta on nolla ja
- negatiivisella luvulla etäisyys on luvun vastaluku

Itseisarvo on siten aina positiivinen tai nolla.

Esimerkki 16: Itseisarvo lukusuoralla


Luvun a itseisarvo $|a|$ on lukua vastaavan pisteen etäisyys origosta. Liikuta pistettä nähdäksesi luvun a itseisarvon.






Sulje

MAA1 Funktiot ja yhtälöt



Funktiot ja yhtälöt

- 1 Esipuhe
- 2 Luvut ja laskutoimitukset
 - 2.1 Lukujoukot
 - 2.2 Vastaluku ja käänteisluku
 - 2.3 Reaaliluvuilla laskeminen
 - 2.4 Itseisarvo
- 3 Yhtälöt
 - 3.1 Yhtälön käsite
 - 3.2 Yhtälön ratkaiseminen
 - 3.3 Yhtälö sanallisessa tehtävässä
 - 3.4 Päättymättömät jaksolliset desimaaliluvut
- 4 Prosentti
 - 4.1 Prosenttiyhtälö
- 5 Potenssit
 - 5.1 Potenssi
 - 5.2 Kymmenpotenssimuoto
- 6 Juuret
 - 6.1 Neliöjuuri
 - 6.2 Yleinen juuri
 - 6.3 Murtopotenssi
- 7 Funktiot
 - 7.1 Yleiset funktiot
 - 7.2 Funktion kuvaaja
 - 7.3 Potenssifunktio
 - 7.4 Eksponenttifunktio
 - 7.5 Suoraan verrannollisuus
 - 7.6 Kääntäen verrannollisuus



MAA1 Funktiot ja yhtälöt

fi sv



online

Esitystä

Näytä matikkapaneli

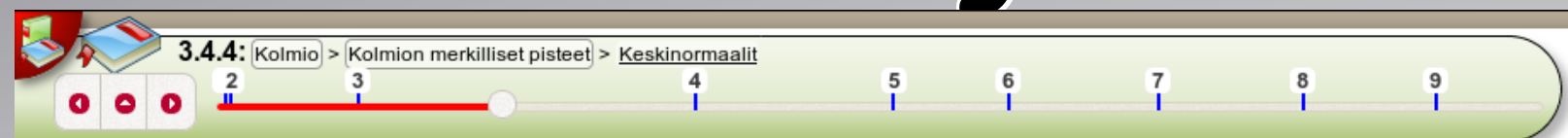
Laskin

E-kirjan asetukset

Avaa E-Mathcenter

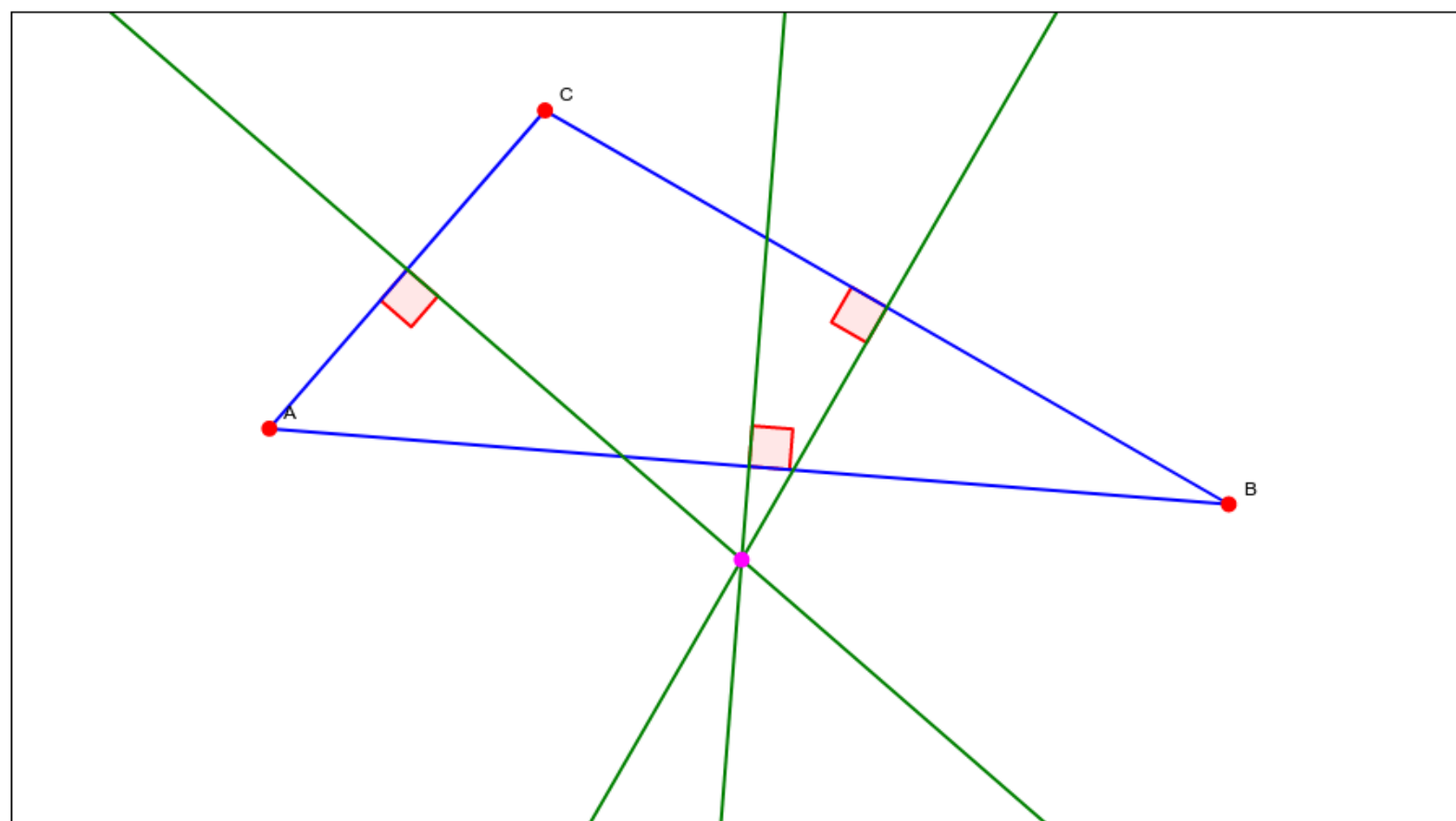
Sulje kirja

Emath-kirjat



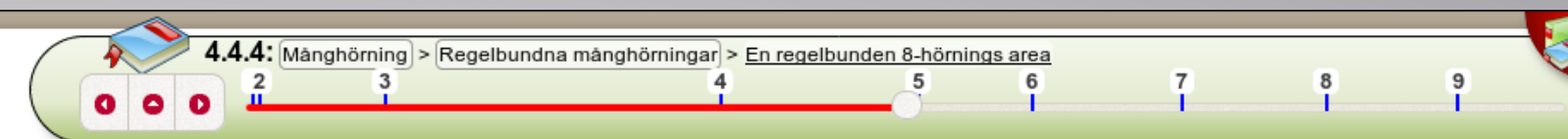
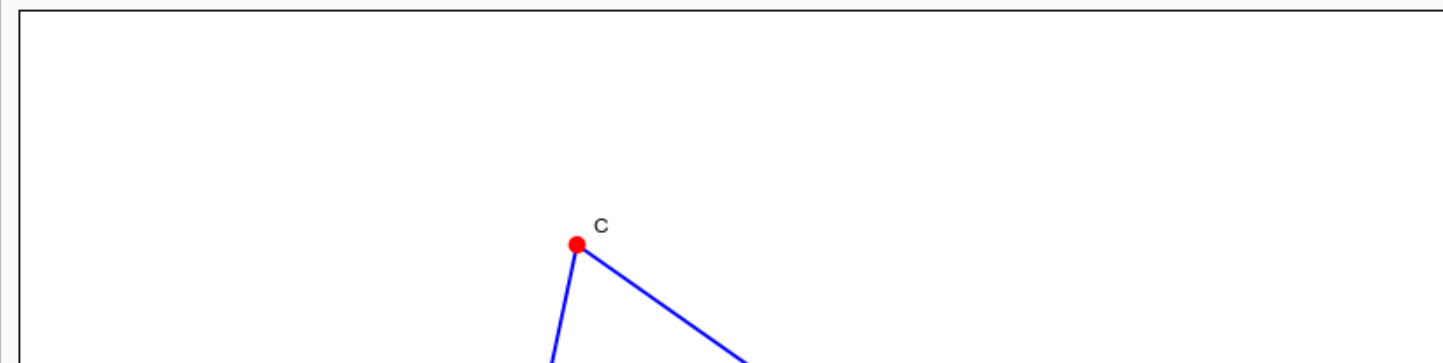
Keskinormaalit

Myös kolmion sivujen *keskinormaalit* leikkaavat toisensa samassa pisteessä.



Teoria 23: Lause

Kolmion sivujen keskinormaalien leikkauspiste on kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.



Exempel 43: En regelbunden 8-hörnings area

En 8-hörning har sidan 1. Hur stor är månghörningens area?

Lösning:

Vi använder resultatet från det förra exemplet, där vi beräkna en n -hörnings area, för att beräkna 8-hörningens area.

- Beräknar arean av en regelbunden månghörning, då

(a) sidan är $s = 1$

(b) antalet sidor är $n = 8$

||- A

= { vi använder uttrycket för en n -hörnings area, som vi beräknade i det föregående exemplet }

$$\frac{ns^2}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

= { sätter in värden från antagandena }

$$\frac{8 \cdot 1^2}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{8}\right)}$$

= { förkortar }

$$\frac{2}{\tan(22,5^\circ)}$$

\approx { avrundar }

$$4,8$$

□

Svar:

8-hörningens area är 4,8.

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{qV_{act}} - q_0(N-N_0)(1-\epsilon S)S + \frac{N_e}{t_n} - \frac{N}{t_p}$$

$$\frac{dS}{dt} = T_0 q_0(N-N_0)(1-\epsilon S)S + \frac{f_0 N}{t_n} - \frac{S}{t_p}$$

$$\frac{S}{P_k} = \frac{T_0 p_0 \lambda_0}{T_0 p_0 \lambda_0} = 1$$

$$S \leq \frac{1}{\epsilon}$$

$$N = N_0$$

$$P_f = (m$$

Ratkaisuja

Laskuja ja todistuksia

$$\begin{aligned} 5 \cdot (3x - 2) \cdot (x - 1) &= (15x - 10) \cdot (x - 1) \\ &= 15x^2 - 15x - 10x + 10 \quad \parallel \text{ samanmuotoiset termit yhteen} \\ &= 15x^2 - 25x + 10 \end{aligned}$$

- $5x - 2 = 2x + 6$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Lisätään puolittain } -2x + 2 \}$$
$$5x - 2x = 6 + 2$$
$$\Leftrightarrow \{ \text{Lasketaan yhteen} \}$$
$$3x = 8$$
$$\Leftrightarrow \{ \text{Jaetaan puolittain luvulla 3} \}$$
$$x = \frac{8}{3}$$

□

- $5 \cdot (3x - 2) \cdot (x - 1)$

$$= \{ \text{Ensimmäinen kertolasku} \}$$
$$(15x - 10) \cdot (x - 1)$$
$$= \{ \text{Toinen kertolasku} \}$$
$$15x^2 - 15x - 10x + 10$$
$$= \{ \text{Lasketaan yhteen samanmuotoiset termit} \}$$
$$15x^2 - 25x + 10$$

□

$$\begin{array}{l|l} 5x - 2 = 2x + 6 & \text{Lisätään puolittain } -2x + 2 \\ 5x - 2x = 6 + 2 & \text{Lasketaan yhteen} \\ 3x = 8 & \text{Jaetaan puolittain luvulla 3} \\ x = \frac{8}{3} & \end{array}$$

Tarkistin

Simplify

- How much is $2x^2 - 3x + 2y + 4$

(a) when $x = 8$

(b) and $x + y = 3$

[1] { From assumptions (a) and (b) we get the value of y . }

- $x + y = 3$
 \Leftrightarrow { Add $-x$ on both sides }
 $y = 3 - x$
 \Leftrightarrow { Substitute from assumption (a) $x = 8$. }
 $y = 3 - 8$
 \Leftrightarrow { Compute }
 $y = -5$
 \square

... $y = -5$

\Vdash $2x^2 - 3x + 2y + 4$

= { Substitute x and y with values from assumption (a) and observation [1]. }

$2 \cdot 8^2 - 3 \cdot 8 + 2 \cdot 11 + 4$

= { Calculate }

$128 - 24 + 22 + 4$

= { Calculate }

130

\square

✓

✓

✓

✓

✓

!

✓

✓

⚠

↶

↷

+

✗ Some steps could not be automatically verified.

Kokonaisuuksia



Emath-ratkaisut

Tehtävä 3.3.2 (0 / 1) : Hevosaitaus

Suorakulmion muotoisen hevosaitauksen leveys on 12 metriä pidempi kuin aitauksen pituus. Aitauksen piiri on 102 metriä. Muodosta yhtälö ja ratkaise sen avulla aitauksen mitat.

Muodostetaan tiedoista kaksi yhtälöä ja ratkaistaan yhtälöparista halutut mitat. Merkitään muuttujalla x aitausten pituutta ja muuttujalla y sen leveyttä. Molemmat metreinä.

Leveys on 12 metriä enemmän kuin pituus: $y = x + 12$

Piiri on 102 metriä: $2x + 2y = 102$

- $2x + 2y = 102 \wedge y = x + 12$

\Leftrightarrow { Sijoitetaan muuttujan y arvo toisesta yhtälöstä ensimmäiseen. }

\Leftrightarrow { Sijoitetaan muuttujan y arvo toisesta yhtälöstä ensimmäiseen. }

$$2x + 2 \cdot (x + 12) = 102 \wedge y = x + 12$$

\Leftrightarrow { Lasketaan ensimmäisen yhtälön vasen puoli auki. }

$$4x + 24 = 102 \wedge y = x + 12$$

$$\Leftrightarrow \{ 1. \text{yhtälö: vähennetään puolittain } 24 \}$$

$$4x = 78 \wedge y = x + 12$$

$$\Leftrightarrow \{ 1. \text{yhtälö: jaetaan puolittain luvulla } 4 \}$$

$$x = 19,5 \wedge y = x + 12$$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Sijoitetaan saatu } x \text{ toiseen yhtälöön} \}$$

$$x = 19,5 \wedge y = 19,5 + 12$$

$$\Leftrightarrow \{ \text{Yhteenlasku} \}$$

$$x = 19,5 \wedge y = 31,5$$

☐

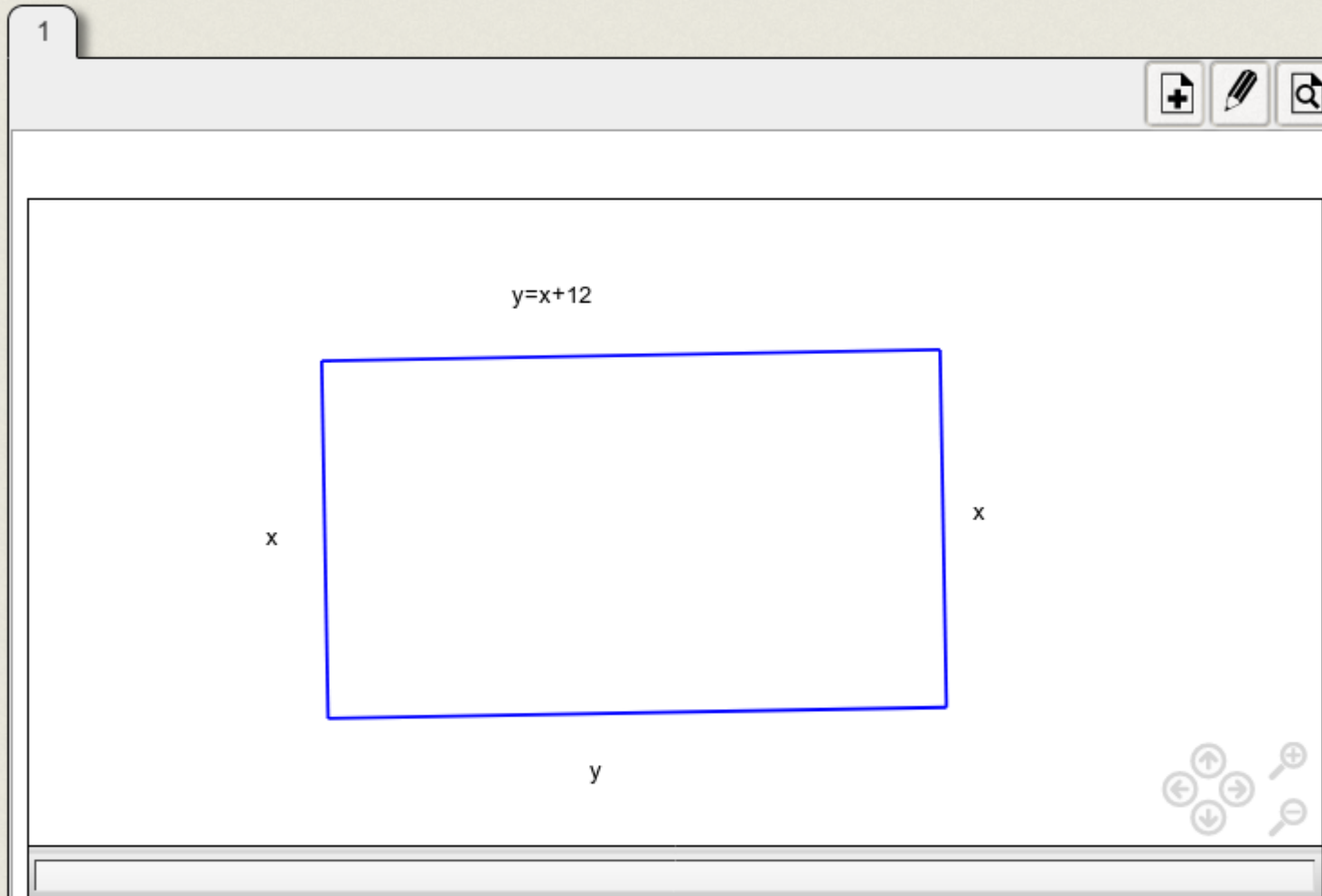
Vastaus:

Aitauksen pituus on 19,5 metriä ja leveys 31,5 metriä.

Emath-ratkaisut

Tehtävä 3.3.2 (0 / 1) : Hevosaitaus

Suorakulmion muotoisen hevosaitauksen leveys on 12 metriä pidempi kuin aitauksen pituus. Aitauksen piiri on 102 metriä. Muodosta yhtälö ja ratkaise sen avulla aitauksen mitat.



Muodostetaan tiedoista kaksi yhtälöä ja ratkaistaan yhtälöparista halutut mitat. Merkitään muuttujalla x aitauksen pituutta ja muuttujalla y sen leveyttä. Molemmat metreinä.

Leveys on 12 metriä enemmän kuin pituus: $y = x + 12$

Piiri on 102 metriä: $2x + 2y = 102$

Piiri on 102 metriä: $2x + 2y = 102$

- $2x + 2y = 102 \wedge y = x + 12$
- \Leftrightarrow { Sijoitetaan muuttujan y arvo toisesta yhtälöstä ensimmäiseen. }
- $2x + 2 \cdot (x + 12) = 102 \wedge y = x + 12$
- \Leftrightarrow { Lasketaan ensimmäisen yhtälön vasen puoli auki. }
- $4x + 24 = 102 \wedge y = x + 12$
- \Leftrightarrow { 1. yhtälö: vähennetään puolittain 24 }
- $4x = 78 \wedge y = x + 12$
- \Leftrightarrow { 1. yhtälö: jaetaan puolittain luvulla 4 }
- $x = 19,5 \wedge y = x + 12$
- \Leftrightarrow { Sijoitetaan saatu x toiseen yhtälöön }
- $x = 19,5 \wedge y = 19,5 + 12$
- \Leftrightarrow { Yhteenlasku }
- $x = 19,5 \wedge y = 31,5$
-

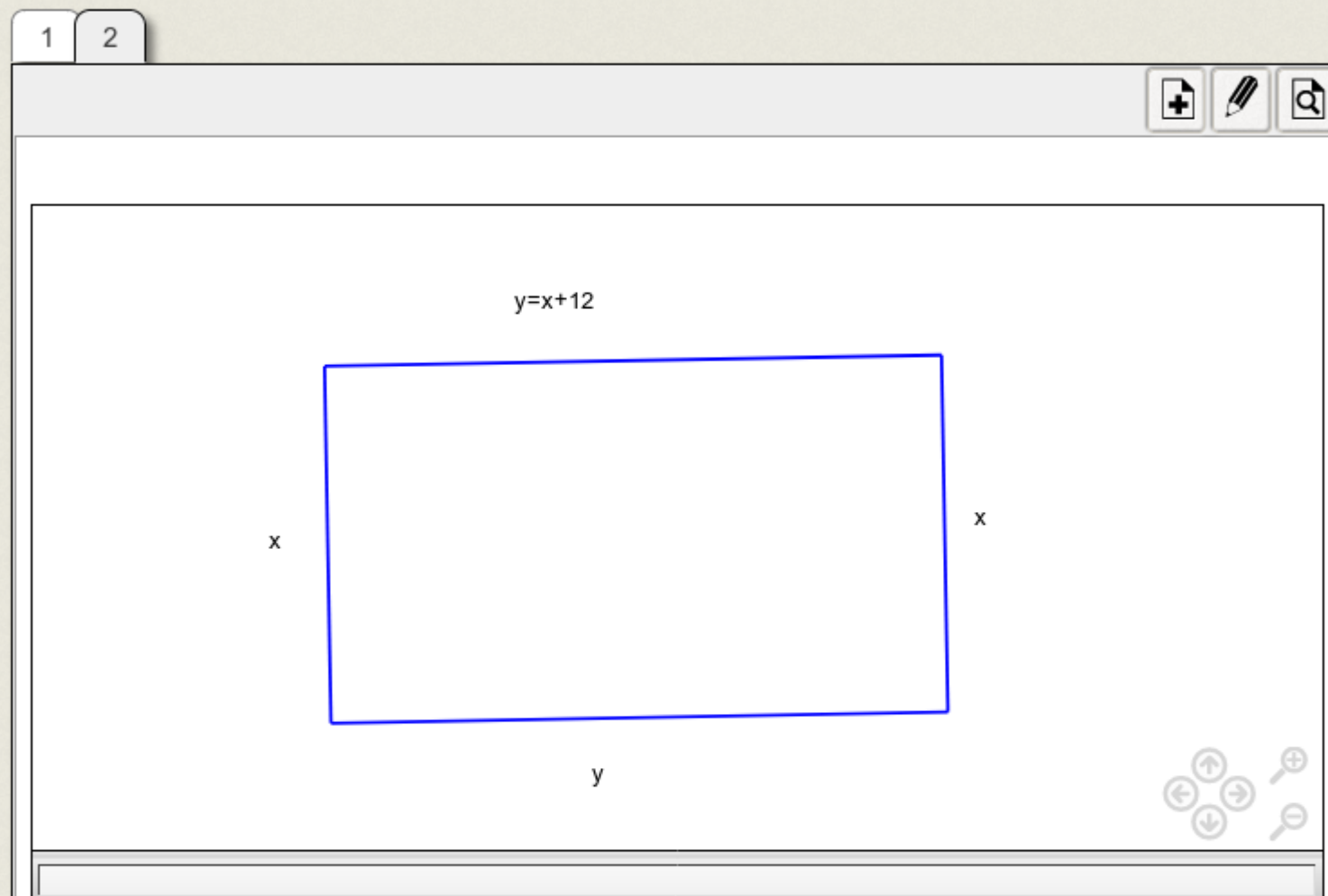
Vastaus:

Aitauksen pituus on 19,5 metriä ja leveys 31,5 metriä.

Emath-ratkaisut

Tehtävä 3.3.2 (0 / 2) : Hevosaitaus

Suorakulmion muotoisen hevosaitauksen leveys on 12 metriä pidempi kuin aitauksen pituus. Aitauksen piiri on 102 metriä. Muodosta yhtälö ja ratkaise sen avulla aitauksen mitat.



Muodostetaan tiedoista kaksi yhtälöä ja ratkaistaan yhtälöparista halutut mitat. Merkitään muuttujalla x aitauksen pituutta ja muuttujalla y sen leveyttä. Molemmat metreinä.

Leveys on 12 metriä enemmän kuin pituus: $y = x + 12$

Piiri on 102 metriä: $2x + 2y = 102$

Ratkaistaan ensin pituus (x) sijoittamalla y piirin yhtälöön.

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 102 \\ 2x + 2 \cdot (x + 12) &= 102 \\ 2x + 2x + 24 &= 102 \\ 4x + 24 &= 102 \\ 4x &= 78 \\ x &= 19,5 \end{aligned}$$

Kun x on ratkaistu, se voidaan sijoittaa ensimmäiseen yhtälöön, niin saadaan y .

$$\begin{aligned} y &= x + 12 \\ &= 19,5 + 12 \\ &= 31,5 \end{aligned}$$

Vastaus:

Aitauksen pituus on 19,5 metriä ja leveys 31,5 metriä.

4f Vihko

4f Vihko - Tutoriali

Tiedosto Muokkaa Ohje Kieli

2.1 Yhtälöympäristö

T Yhtälöympäristöllä on mahdollista kirjoittaa esimerkiksi yhtälön ratkaisuja tutussa muodossa, jossa peräkkäiset yhtälöt ovat allekkain yhtäsuuruusmerkin ympärille keskitettyinä. Askelten perustelut ja muut selventävät tekstit voi lisätä yhtälöiden oikealle puolelle kahden pystyviivan e

X²

+	-	/	·	±	∓	⊕	⊗	×	÷	*	√	∛	n√	x ⁿ	x _n	\bar{x}	\underline{x}
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----------------	----------------	-----------	-----------------

5x - 2 = 2x + 6 Lisätään puolittain -2x + 2

5x - 2x = 6 + 2 Lasketaan yhteen

3x = 8 Jaetaan puolittain luvulla 8

x = $\frac{8}{3}$

T Yhtälöympäristössä kentästä seuraavaan voi loikkia **enter**-näppäimellä taikka **sarkain**-näppäimellä (tabulaattori). Viimeisessä kentässä enter lisää uuden tyhjän rivin ja kohdistus siirtyy uuden rivin ensimmäiseen kenttään. Halutessaan uudesta rivistä voi tehdä edellisen kopion **shift-enter**-yhdistelmällä. Tämä voi helpottaa käyttöä, jos kaavat ovat monimutkaisia ja niihin tarvitsee askelten välillä tehdä vain suhteellisen pieniä muutoksia.

4f viikko

Tiedosto Muokkaa Ohje Kieli

2.5 Merkkikaavio

Merkkikaaviota tarvitaan usein esimerkiksi epäyhtälöitä ratkaistaessa. Näiden piirtäminen tapahtuu 4f-vihossa merkkikaavioelementillä.

Merkkikaaviossa koko kaava jaetaan tekijöiden mukaan osakaavoiksi, etsitään niiden nollakohdat ja merkit kullakin välillä. Lopuksi päätellään näistä koko kaavan merkit kullakin välillä ja vastaukseksi kelpaavat välit.

Merkkikaaviotyökalu ei laske tai päättelee mitään käyttäjän puolesta vaan toimii vain näkyviin kirjaamisen välineenä. Myös nollakohtien järjestys on käyttäjän osattava laittaa oikein itse.

$x^2 - 4$		+	-	-	+
$x + 1$		-	-	+	+
$\frac{x^2 - 4}{x + 1}$		-	+	-	+

$\frac{x^2 - 4}{x + 1} \geq 0$

Kukin osakaava lisätään merkkikaavioon omalle rivilleen. Rivejä voi lisätä klikkaamalla hiirellä vihreää pluskuvaketta tai rivin alapuolella olevaa viivaa. Rivin voi poistaa oikeassa reunassa olevalla miinuskuvakkeella.

$x^2 - 4$

☐

+

< 0

↺

4f Studio



4f Studio

Matematiikka 1

Matematiikka 1

2.3.7 Adding and Subtracting Fractions

Addition and subtraction of fractions have the following basic properties:

Teoria 17

We can add two fractions, if they have the same denominator:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

We multiply two fractions as follows:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Multiplication by one is an important method when we are dealing with fractions. For example:

- $\frac{2}{3}$
- = { multiply by 1 }
- $1 \cdot \frac{2}{3}$
- = { $\frac{k}{k} = 1$ always, when $k \neq 0$. We choose the value $k = 3$ }
- $\frac{3}{3} \cdot \frac{2}{3}$
- = { the rule for multiplying fractions }
- $\frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 3}$
- = { multiply }
- $\frac{6}{9}$

□

0 5 7

Nejäs refresh-testi
Petri Salmela → Matematiikka 1
(tiistaina 24.10.2017)

Lähetys
Petri Salmela → Matematiikka 1
(tiistaina 24.10.2017)

Toinen refresh
Petri Salmela → Matematiikka 1
(tiistaina 24.10.2017)

Refresh-testi
Petri Salmela → Matematiikka 1
(tiistaina 24.10.2017)

Monia tehtäviä
Petri Salmela → Petri Salmela
Aikaraja: 25.8.2017
(tiistaina 15.8.2017)

Appname
Petri Salmela → Matematiikka 1
Aikaraja: 23.8.2017
(maanantaina 14.8.2017)

Käänteis- ja vastaluvut
Petri Salmela → Matematiikka 1
Aikaraja: 26.8.2017
(maanantaina 14.8.2017)

Tehtävä 2
Käänteis- ja vastaluvut
(maanantaina 14.8.2017)

Tehtävä 4
Lisää käänteis- ja vastaluvuista
(maanantaina 14.8.2017)

Petri Salmela → Matematiikka 1
Aikaraja:
(maanantaina 14.8.2017)

Tervetuloa
Petri Salmela → Matematiikka 1
(maanantaina 14.8.2017)

Hei kaikki ja tervetuloa "Matematiikka 1" -kurssille.

Aloitamme tänään.

t: Ope



Seuraavaksi?

Jatkotutkittavaa

- Automaattisen tarkistamisen kehittämistä
- Voisiko muita sisältöjä, kuten geometriakuvia, analysoida automaattisesti?
- Tekijöiden yhteistyö verkon yli
- Mitä muita sisältötyyppejä kaivataan?
- Yhteistoiminta muiden ohjelmistojen kanssa

<http://fourferries.com/itk2018/>

Kiitos!

unsplash.com CC0



Nathan Dumlao
https://unsplash.com/photos/DtNkfLm_yVk

Patrick Selin
<https://unsplash.com/photos/t4aQJwzIDi0>

Kari Shea
<https://unsplash.com/photos/1SAnrlxw50Y>

Michael Podger
<https://unsplash.com/photos/jpgRztEuaV4>

Gaelle Marcel
<https://unsplash.com/photos/L8SNwGUNqbU>

Jacob Miller
<https://unsplash.com/photos/ot5kWZkH97s>

Kelly Sikkema
<https://unsplash.com/photos/cXkrqY2wFyc>

Roman Mager
https://unsplash.com/photos/5mZ_M06Fc9g

Daniel Cheung
<https://unsplash.com/photos/b04UR1VzQu8>

Andrew Neel
<https://unsplash.com/photos/1-29wyvvLJA>

Ben Kolde
<https://unsplash.com/photos/t9DooibgMEk>

Bruno Martins
<https://unsplash.com/photos/KwG5AA21Mx4>

Mahir Uysal
<https://unsplash.com/photos/TwAg1VWMeBQ>